Практическая работа № 1

«Составление структурных схем САУ»

Цель работы: Сформировать практические навыки в составлении структурных схем по известному уравнению динамики объекта.

Студент должен

уметь:

- составлять структурные схемы систем автоматического уравнения на основании приведенных передаточных функций или дифференциальных уравнений системы;
- составлять передаточную функцию объекта управления при заданном дифференциальном уравнении;
- пользоваться преобразованием Лапласа;

знать:

- понятия передаточной функции, оператора дифференцирования;
- типовые соединения звеньев и их эквивалентные передаточные функции;

Теоретическая часть:

Динамические звенья – это технические устройства разнообразной физической природы, поведение которых описывается линейными или нелинейными *дифференциальными уравнениями*.

Линейные дифференциальные уравнения – наиболее общая и полная форма описания динамики поведения системы. Все реальные объекты являются нелинейными, но в ТАУ рассматриваются приближенно линейные уравнения. Пусть $x_1(t)$ – входной сигнал, $x_2(t)$ – выходной сигнал. Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.

Предположим, что динамическое поведение звена описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка вида

$$a_2\frac{dx_2^2}{dt^2}+a_1\frac{dx_2}{dt}+a_0x_2(t)=b_1\frac{dx_1}{dt}+b_0x_1 \text{ или } a_2\ddot{x}_2+a_1\dot{x}_2+a_0x_2(t)=b_1\dot{x}_1+b_0x_1(t). \quad (1.1)$$

В *операторной форме при нулевых начальных условиях*, с учетом оператора дифференцирования $p=\frac{d}{dt}$ дифференциальное уравнение (1.1) примет вид

$$a_2p^2x_2(p)+a_1px_2(p)+a_0x_2(p)=b_1px_1(p)+b_0x_1(p). \quad (1.2)$$

Если ввести обозначения $T_2^2=\frac{a_2}{a_0}\left[cek^2\right]$, $T_1=\frac{a_1}{a_0}\left[cek\right]$, $\tau_1=\frac{b_1}{b_0}\left[cek\right]$, $k_1=\frac{b_0}{a_0}\left[\frac{размерность\ x_2(t)}{размерность\ x_1(t)}\right]$, то уравнение (1.2) можно переписать в стандартной символьной записи, принятой в ТАУ в виде

$$(T_2^2p^2+T_1p+1)x_2(p)=k_1(\tau_1p+1)x_1(p) \quad (1.3)$$

В линейной теории автоматического управления применяется способ математического описания, основанный на использовании понятия *передаточной функции*.

Передаточная функция $W(p)$ *– это отношение выходной величины к входной величине, взятые в изображениях Лапласа при нулевых начальных условиях.*

Если вернуться к рассмотрению уравнения (1.3), то передаточная функция звена будет иметь вид

$$W(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)} = \frac{k_1(\tau_1 p + 1)}{(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)}. \tag{1.4}$$

Передаточную функцию звена $W(p)$ можно вывести из дифференциального уравнения (4.2) и наоборот. В общем случае передаточную функцию представляют в виде отношения двух полиномов, то есть $W(p)$ является дробно-рациональной функцией вида

$$W(p) = \frac{\kappa B(p)}{A(p)}. \tag{1.5}$$

Полином числителя $B(p)$ имеет степень m, а полином знаменателя – имеет степень n. Причем, $n \geq m$ – условие физической реализуемости.

Передаточная функция полностью характеризует *динамические* и *статические* свойства звена. Зная *передаточную функцию* и вид *входного воздействия* можно определить *переходной процесс* на выходе звена и его *статическую характеристику*.

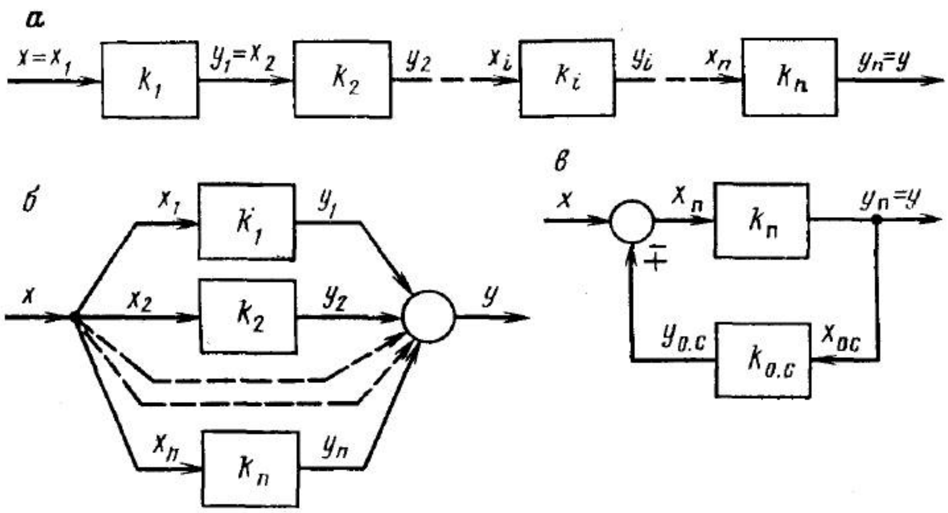

Рис. 1.1. Типовые соединения звеньев

Алгоритмическая структура любой САУ представляет собой комбинацию трех типовых соединений звеньев; последовательного, паралельного и встречно-паралельного (охват обратной связью), как показано на рисунке.

Последовательным соединением называют такое соединение, в котором выходная величина каждого предыдущего элемента является входным воздействием для последующего элемента. Поскольку для каждого i-го элемента уравнения статики запишется

$$y_i = k_i\, y_{i-1}, \tag{1.6}$$

то ***общий коэффициент передачи последовательно соединенных звеньев равен произведению их передаточных коэффициентов***

$$k_э = \prod_{i=1}^{n} k_i . \tag{1.7}$$

Соответственно эквивалентная передаточная функция последовательного соединения из n звеньев равна произведению n передаточных функций звеньев

$$W_э(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p) . \tag{1.8}$$

Параллельным соединением называют такое соединение, при котором на вход всех звеньев поступает одно и то же воздействие, а их выходные величины суммируются. Согласно этому определению

$$x = x_1 = \ldots = x_i = \ldots = x_n , \tag{1.9}$$

$$y = y_1 + \ldots + y_i + \ldots + y_n , \tag{1.10}$$

$$y_i = k_i x_i, \tag{1.11}$$

то ***общий коэффициент передачи параллельно соединенных звеньев равен сумме их передаточных коэффициентов***

$$k_э = \sum_{i=1}^{n} k_i . \tag{1.12}$$

Соответственно эквивалентная передаточная функция параллельного соединения из n звеньев равна сумме n передаточных функций звеньев

$$W_э(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p) . \tag{1.13}$$

Встречно-параллельным соединением двух звеньев (соединением с обратной связью) называют такое соединение, при котором выходной сигнал первого звена поступает на вход второго, а выходной сигнал второго элемента суммируется с общим входным сигналом. Первое звено называется звеном прямой цепи, а второй элемент – звеном обратной связи. В зависимости от знака сигнала обратной различают положительные и отрицательные обратные связи. Согласно определению понятия обратной связи можно записать уравнения:

прямой связи

$$y_П = k_П x_П, \tag{1.14}$$

обратной связи

$$y_{о.с.} = k_{о.с} y, \tag{1.15}$$

и узла суммирования

$$x_П = x \mp y_{о.с.} . \tag{1.16}$$

Подставляя, получаем уравнение статики соединений с обратной связью

$$y = x \frac{k_П}{1 \pm k_П k_{о.с.}} . \tag{1.17}$$

Отсюда получим

$$k_э = \frac{k_П}{1 \pm k_П k_{o.c.}}. \quad (1.18)$$

общий коэффициент передачи звена, охваченного обратной связью, равен коэффициенту прямой цепи, разделенному на единицу плюс произведение коэффициентов прямой и обратной связи.

Причем знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» – положительной.

Соответственно эквивалентная передаточная функция соединения с обратной связью равна

$$W_э(p) = \frac{W_П(p)}{1 \pm W_П(p) W_{o.c.}(p)} \quad (1.19)$$

Где знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» – положительной.

При структурных преобразованиях часто используются различные преобразования. Если известна структурная схема и параметры системы, то можно, пользуясь аппаратом структурных преобразований, найти передаточную функцию замкнутой САУ, а затем ее дифференциальное уравнение.

Выполнить задание по вариантам Таблица 1.1

Предварительно повторить тему «Структурные схемы САУ» и ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы:

1. Что такое передаточная функция объекта?
2. Что такое структурная схема САУ?
3. Формула оператора дифференцирования.
4. Передаточная функция последовательно соединенных звеньев.
5. Передаточная функция параллельно-согласованно соединенных звеньев.

Таблица 1.1 Индивидуальное задание по вариантам

№ варианта	Дифференциальное уравнение	№ варианта	Дифференциальное уравнение
1	$6\frac{d^2y}{d\ t^2}+5\frac{dy}{dt}+y=2x+\frac{du}{dt}$;	17	$\frac{d^2y}{dt^2}+y=\frac{dx}{dt}+3x-\frac{du}{dt}$;
2	$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=2\frac{du}{dt}$	18	$6\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+y=\frac{du}{dt}+2u$
3	$6\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+2y=\frac{du}{dt}-3f$	19	$5\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+0{,}5\cdot y=2\frac{du}{dt}+4u+\frac{df}{dt}$;
4	$y+\frac{dy}{dt}+3\frac{d^2y}{dt^2}=2\cdot u+3\frac{df}{dt}+f$;	20	$3\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-x+\frac{df}{dt}=0$
5	$4\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-x+\frac{df}{dt}=0$	21	$4\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}=\frac{dx}{dt}+2\cdot x-10f$
6	$4\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=6\frac{du}{dt}+u$	22	$16\frac{d^2y}{dt^2}+y+8\frac{dy}{dt}=5\frac{df}{dt}-7f-x$
7	$y-2\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}=3x+\frac{d^2f}{dt^2}$	23	$4\frac{d^2y}{dt^2}+5\frac{dy}{dt}+y=4\frac{dx}{dt}+u$
8	$4\frac{d^2y}{dt^2}+5\frac{dy}{dt}+\frac{df}{dt}-3f=0$	24	$10y+2\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}-3x=5u$
9	$\frac{d^2y}{dt^2}+y=\frac{dx}{dt}+3\cdot x+2\cdot f$	25	$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=2\frac{du}{dt}$
10	$5\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+0.5y=2\frac{du}{dt}+4u+\frac{df}{dt}$	26	$16\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-x+\frac{df}{dt}=0$
11	$-2\frac{dy}{dt}+\frac{d^2y}{dt^2}-2\frac{dx}{dt}-x+4y=0$	27	$y+\frac{dy}{dt}+3\frac{d^2y}{dt^2}=2u+3\frac{df}{dt}+f$
12	$4\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{d^3y}{dt^3}+\frac{dy}{dt}=\frac{dx}{dt}+2x-10f$	28	$4\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=6\frac{du}{dt}+u$
13	$16\frac{d^2y}{dt^2}+y+8\frac{dy}{dt}=5\frac{df}{dt}-7f-x$	29	$y-2\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}=3x+\frac{d^2f}{dt^2}$
14	$4\frac{d^2y}{dt^2}+5\frac{dy}{dt}+y=4\frac{dx}{dt}+u$	30	$3\frac{dy}{dt}+4\frac{d^2y}{dt^2}+10y=3\frac{df}{dt}-2f+x$
15	$3\frac{dy}{dt}-6y=\frac{dx}{dt}-x+8f$;	31	$\frac{d^2y}{dt^2}+y=\frac{dx}{dt}+3x+2f$
16	$2\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-u=2\frac{d^2u}{dt^2}$	32	$6\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+2y=\frac{du}{dt}-3f$